

Probabilidades y Estadística (C)**Ejercicio 1**

Consideremos una m.a. de X_1, \dots, X_n de v.a.i.i.d. con función de densidad dada por

$$f_X(x, \theta) = \frac{3\theta^3}{x^4} I_{[\theta, +\infty)}(x)$$

Con $\theta > 0$.

- Hallar el estimador de máxima verosimilitud de θ .
- Hallar el estimador de momentos de θ .
- Compara los dos estimadores con el *ECM*. ¿Cuál de ellos es mejor estimador en términos de este error?
- Analiza la consistencia de estos estimadores.

Ejercicio 2

Los 12 siguientes números provienen de un generador de números aleatorios con distribución $N(\mu, \sigma^2)$

3.02 -0.11 0.86 -0.23 -0.69 0.99 0.49 1.48 7.43 1.31 -1.39 2.65

- En base a esta muestra, calcula un estimador de la media.
- Sabiendo que $\sigma = 3$, hallar un intervalo de confianza de nivel 0.95 para la verdadera media.
- Calcule un estimador insesgado del desvío estándar.
- Hallar un intervalo de confianza de nivel 0.95 para la verdadera media cuando el desvío estándar es desconocido.
- Calcular un intervalo de confianza de nivel 0.99 para σ .
- Calcular un intervalo de confianza de nivel 0.99 para σ sabiendo que la verdadera media es $\mu = 2$.

Ejercicio 3

Sea X_1, \dots, X_n una m.a. de una población con función de densidad

$$f(x) = \frac{2}{\theta^2} x I_{(0, \theta)}(x) \quad (\theta > 0)$$

- Hallar el EMV de θ .
- Probar que el estimador hallado es un estimador consistente de θ .
- Hallar un intervalo de confianza de nivel exacto 0.95 para θ . Sugerencia: Encontrar la distribución de $\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i\} / \theta$.